Лабораторная работа

Тема 2. Математические объекты и их представления

Выполнил: Шардт Максим

Группа: ИВТ-1.1

Компьютерная алгебра рассматривает такие объекты, которые имеют слишком вычислительный характер, чтобы встречаться в книгах по алгебре, и слишком алгебраический характер, чтобы быть представленными в учебниках по информатике.[[1]](#footnote-16976)

Компьютерная алгебра — область математики, лежащая на стыке алгебры и вычислительных методов.[[2]](#footnote-24642)

Свойства представлений математических объектов в КА:

Канонические и нормальные представления

Пусть задано множество объектов M и множество представлений R, между которыми установлено соответствие. Тогда представление называется каноническим, если соответствие является взаимно однозначным, т.е. каждому объекту m ∈ M соответствует один и только один элемент r ∈ R. Представление множества объектов M называется нормальным, если только для одного ( особого ) элемента множества объектов, так называемого нулевого элемента, существует единственное представление в множестве представлений R. Чтобы распознать, являются ли два объекта m1 и m2 одним и тем же объектом, в случае канонического представления достаточно сравнить их представления r1 и r2 . Чтобы узнать, являются ли два разных представления r1 и r2, представлением одного и того же объекта в случае нормального представления необходимо произвести алгебраическую операцию получения нулевого объекта и, если полученное представление (r1 – r2) есть представление нулевого объекта, то тогда r1 и r2 соответствуют одному объекту из множества M.

Проблема идентичности объектов

Пример. X + Y и Y + X – два разных представления одного и того же объекта – полинома. Важность проблемы идентичности объектов в системах компьютерной алгебры обусловлена с одной стороны, существованием у объектов (всюду определённых) алгебраических свойств, а с другой – невозможностью выполнения операции деления, если второй операнд равен нулю (обнаруживаемой и автоматически нейтрализуемой компьютером). Проблема идентичности наиболее легко разрешается для канонических представлений, разрешима (но с большими трудностями) для нормальных представлений, не разрешима для всех остальных представлений. Если мы не можем установить, представляют ли r1 и r2 один и тот же объект, то как корректность выполненных вычислений, так и результат этих вычислений сомнительны.

Представление целых чисел

Возможны различные способы представлений целых чисел:

(1) ограниченной точности, когда количество цифр в целом числе задано. К таковым относятся все стандартные арифметики в языках программирования.

(2) произвольно заданной точности, когда количество цифр в заданном числе можно менять, но только один раз – задавать перед вычислениями.

(3) неограниченной точности, когда количество цифр в числе не ограничивается никаким наперёд заданным числом, кроме ограничений, связанных с размером памяти машины. В системах компьютерной алгебры целые числа неограниченной точности, реализуются программным путем, (этот тип данных считается базовым)

Алгебраические числа и алгебраические функции

Алгебраическим называется число, являющееся решением уравнения: P (x) = 0 где P (x) – полином от одной переменной с целыми коэффициентами. Пример. Полином P (x) = x 2 – 2 порождает алгебраическое число √ 2. Алгебраической называется функция, являющаяся решением уравнения: G (x) = 0 где G (x) – порождающий полином от одной переменной с коэффициентами – полиномами от нескольких переменных с целыми коэффициентами. Пример. Полином G (x) = x 2 – 2 + y порождает алгебраическую функцию √ (2 – y). Простым радикалом называется положительная дробная степень от полинома с целыми коэффициентами. Вложенным радикалом называется положительная дробная степень от выражения, содержащего радикалы.[[3]](#footnote-23608)

1. Компьютерная алгебра: Символьные и алгебраические вычисления. Б. Бухбергер и др. (ред.) [↑](#footnote-ref-16976)
2. https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/308929 [↑](#footnote-ref-24642)
3. http://kspt.icc.spbstu.ru/media/files/2012/course/comp-algebra/CAS\_L07.pdf [↑](#footnote-ref-23608)